

НПО УЧЕБНОЙ ТЕХНИКИ «ТУЛАНАУЧПРИБОР»

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ



**ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗОТОПИЧЕСКОГО СДВИГА В  
СПЕКТРАХ ВОДОРОДА И ДЕЙТЕРИЯ.**

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ЛАБОРАТОРНЫЙ КОМПЛЕКС (С  
ВЫВОДОМ ИНФОРМАЦИИ НА ДИСПЛЕЙ ПЭВМ)**

Тула, 2013 г.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗОТОПИЧЕСКОГО СДВИГА В СПЕКТРАХ ВОДОРОДА И ДЕЙТЕРИЯ.

Цель работы: наблюдение и идентификация спектров спонтанного излучения, возбуждаемого электрическим разрядом в парах водорода при низком давлении; измерение длин волн линий серии Бальмера и определение постоянной Ридберга; измерение изотопического сдвига линий спектров водорода и дейтерия.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ.

#### Уровни энергии и спектр атома водорода.

Состояние атома в квантовой механике описывается волновой функцией  $\psi_n$ , а его энергия  $E_n$ . В случае простейших атомов - атома водорода и водородоподобных ионов с зарядом ядра  $+Ze$ , состоящих из  $Z$  протонов ( $Z=1$  для атома водорода) и одного валентного электрона на внешних электронных оболочках, квантовая механика позволяет получить точные решения волнового уравнения Шредингера (1):

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{ke^2}{r} \right) \psi = 0, \quad (1)$$

где  $m$  - масса электрона,  $e$  - его заряд,  $E$  - полная энергия,  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$  (для расчетов часто принимают  $k=9 \cdot 10^9 \text{ м/}\Phi$ ). Его решение (получаемое в курсе «Квантовой теории») для атома водорода дает набор дискретных уровней энергии. Для связанных состояний ( $E_n < 0$ ):

$$E_n = -\frac{k^2 Z^2 m e^4}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{|E_1|}{n^2}, \quad (2)$$

где  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  - главное квантовое число. Обычно формулу (2) записывают в виде:

$$E_n = -A \frac{1}{n^2}, \quad (2a)$$

где  $A=13,6 \text{ эВ}$ .

Таким образом, у атома водорода закономерность расположения уровней энергии  $E_n$  является наиболее простой.

Диаграмма уровней энергии атома водорода (рис. 1.1) построена на основании формулы (2). Энергия ионизации атома водорода:

$$W_i^H = |E_1| = |W_1| = A$$

Следовательно, по своему физическому смыслу энергетическая постоянная  $A$  характеризует энергию ионизации атома водорода.

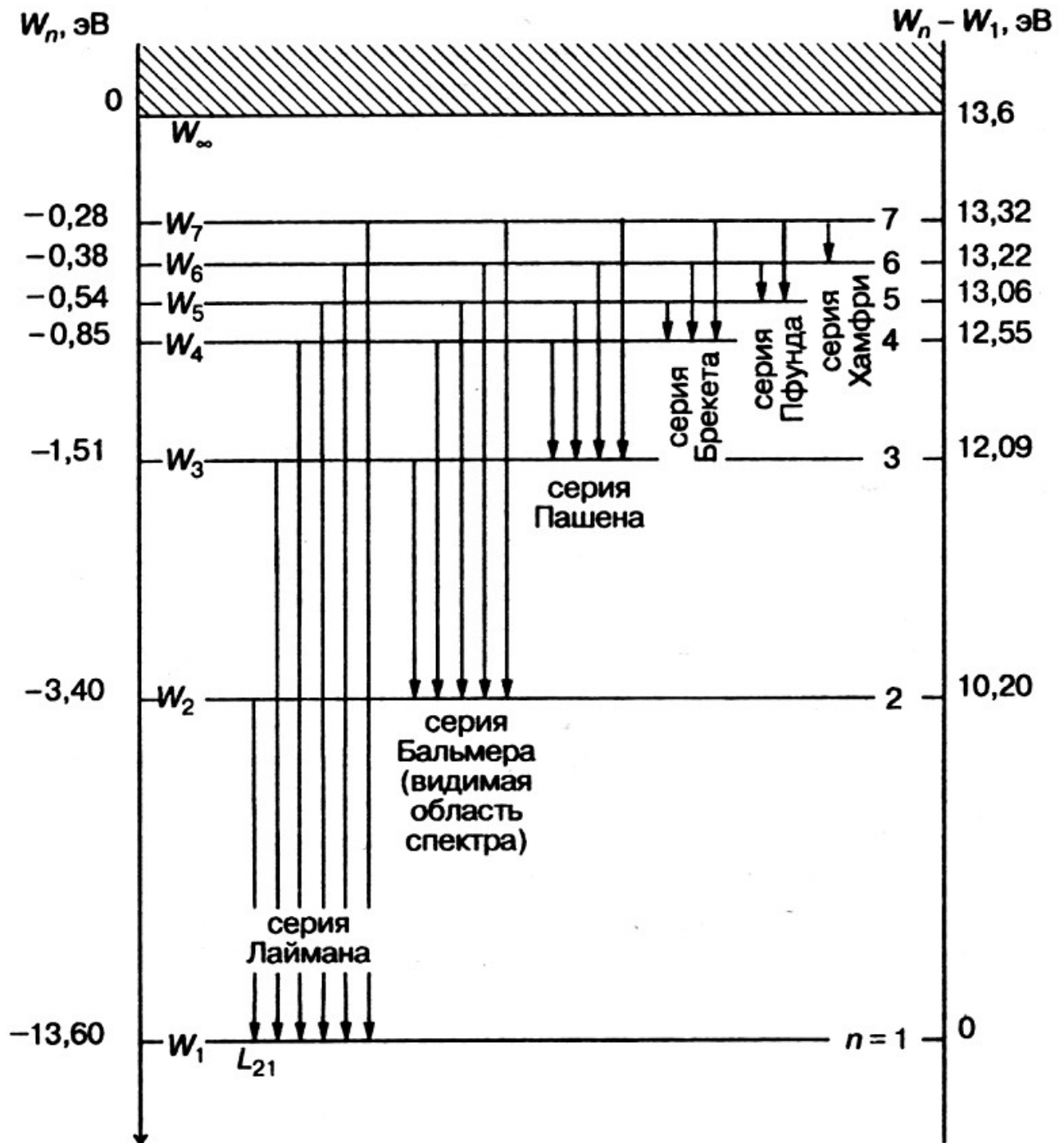


Рис. 1.1. Энергетическая диаграмма атома водорода. Здесь принято  $E_n = W_n$  – полная энергия электрона в атоме на  $n$  - ом уровне.

Диаграмма рис. 1.1 дает наглядное объяснение спектра испускания атомов водорода. Линии спектра группируются в серии. Серию образуют линии, возникающие вследствие квантовых переходов на общий нижний энергетический уровень ( $m=\text{const}$ ) со всех более высоких уровней ( $m < n < \infty$ ). Такая группировка удобна тем, что спектральные линии, принадлежащие к данной серии, располагаются в одной спектральной области.

Первые 5 серий (см. рис. 1.1) названы в честь открывших их физиков:

$m = 1$  - серия Лаймана (далекая УФ область);

$m = 2$  - серия Бальмера (видимая и близкая УФ область);

$m = 3$  - серия Пашена (близкая ИК область);

$m = 4$  - серия Брэкета (средняя ИК область);

$m = 5$  - серия Пфунда (далекая ИК область).

Самое длинноволновое излучение атома водорода ( $\lambda=15,7$  м), зарегистрированное при исследованиях межгалактических газовых туманностей, принадлежит переходу  $n=701 \rightarrow m=700$ .

### Атом водорода в модели атома Бора.

С ростом  $n$  уровни энергии атома сближаются, в пределе ( $n \rightarrow \infty$ ) дискретный спектр приближается к непрерывному, а квантовая система к классической. Это и есть принцип соответствия Бора, который позволяет выразить постоянную Ридберга через фундаментальные постоянные.

Для атома водорода и сходных с ним водородоподобных ионов правило квантования энергии (2) можно найти из простых модельных представлений. Для простоты Бор принял, что в атоме водорода либо водородоподобного иона единственный электрон с зарядом  $-e$  и массой  $m_e$  вращается по круговой орбите радиусом  $r$  вокруг неподвижного ядра с зарядом  $+Ze$ , причем линейная скорость электрона равна  $v$  (рис. 1.2). Ядро считается неподвижным, а масса ядра бесконечной  $M_\infty$ , по сравнению с массой электрона  $m_e$ .

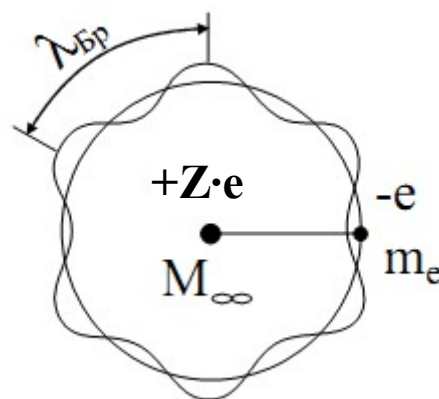


Рис. 1.2. Модель атома водорода и водородоподобных ионов в представлении Бора.

Кулоновская сила взаимодействия между ядром и электроном играет роль центростремительной силы, и, согласно второму закону Ньютона, имеем:

$$\frac{k \cdot Z \cdot e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (3)$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \left[ \frac{\Phi}{\text{м}} \right]$  - диэлектрическая постоянная, или диэлектрическая проницаемость вакуума.

Согласно Специальной Теории Относительности (СТО) существует связь между энергией и импульсом  $p$  релятивистской частицы (релятивистский инвариант):

$$\boxed{\mathcal{E}^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4} \quad (4)$$

где  $\mathcal{E}$  — полная энергия частицы с массой покоя  $m$ .

Для безмассовых частиц, например, для фотона, связь (4) примет вид:

$$\boxed{\mathcal{E}_\phi = p_\phi c.} \quad (5)$$

Т. к. энергия фотона определяется как  $\mathcal{E}_\phi = h \cdot \nu$ , то можно записать:

$$p_\phi = h \cdot \frac{\nu}{c} = \frac{h}{\lambda_B} \quad (6)$$

Длина волны  $\lambda_B = \frac{h}{p_\phi}$  называется длиной волны де Бройля.

Де Бройл предположил, что если электромагнитное излучение с длиной волны, определяемой по формуле (6), проявляет свойства частицы-фотона с энергией  $\mathcal{E}_\phi = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda_B}$  и импульсом  $p_\phi = \frac{\mathcal{E}_\phi}{c}$  то и материальные частицы с энергией  $E$  и импульсом  $p$  должны обладать свойствами волны с частотой  $\omega_B = \frac{E}{\hbar}$  и длиной волны  $\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{p}$ , где  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ,  $\omega_B = 2\pi\nu_B = 2\pi\frac{c}{\lambda_B}$ .

Условие образования стоячей волны де Бройля на круговой орбите длиной  $2\pi r$  имеет вид (рис. 1.2):

$$2\pi r = n\lambda_B, \quad n=1,2,3 \dots \quad (7)$$

Учитывая определение длины волны де Бройля  $\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{p}$ , получим условие квантования момента импульса электрона в атоме Бора:

$$p \cdot r = n \cdot \hbar, \quad n=1,2,3 \dots \quad (8)$$

Согласно полученному принципу квантования состояния электрона в атоме (8) и записывая импульс  $p$  электрона в виде  $p = m_e v$ , получим:

$$m_e v r = n \hbar, \quad n=1,2,3 \dots \quad (9)$$

Решение системы (3), (9) дает выражение для радиусов круговых орбит электронов в атоме водорода:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m k Z e^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

где  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9$ . Здесь и далее массу электрона мы будем обозначать  $m = m_e$ .

Выражая из системы уравнений (3), (9) скорость электрона  $v$ , имеем:

$$v_n = \frac{k Z e^2}{n \hbar}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

Формулу (10) обычно записывают в виде:

$$r_n = n^2 r_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (12)$$

где  $r_1$  – боровский радиус или радиус первой боровской орбиты (для атома водорода ( $Z=1$ ) он равен  $5,291 \cdot 10^{-11}$  м).

Энергия электрона складывается из кинетической энергии и потенциальной энергии кулоновского взаимодействия с ядром:

$$E_n = \frac{m v_n^2}{2} - \frac{k Z e^2}{r_n}.$$

С учетом выражений (3), (10), (11) получаем формулу, выражающую полную энергию электрона в водородоподобном атоме на  $n$ -ой стационарной орбите:

$$E_n = -\frac{k^2 Z^2 m e^4}{2 \hbar^2 n^2} = -\frac{|E_1|}{n^2}, \quad (13)$$

где целое число  $n = 1, 2, 3, \dots$  называется главным квантовым числом.

Видно, что формула (13), полученная с помощью постулатов Бора, совпадает с формулой (2), полученной с помощью точного решения уравнения Шредингера для атома водорода.

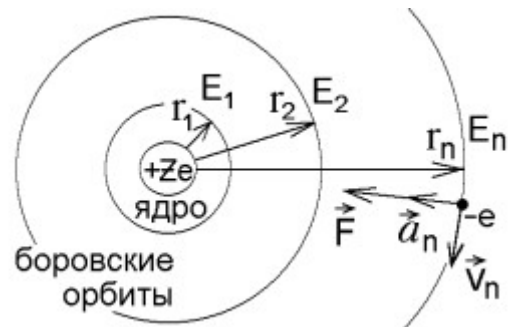


Рис. 1.3. Боровские орбиты для водородоподобных атомов.

Однако, к сожалению, теория Бора, достаточно правильно описывая закономерности в атоме водорода и водородоподобных ионах (содержащих один электрон), даёт неправильные результаты уже для атома гелия, следующего за водородом и содержащем всего два электрона.

Таким образом, теорию Бора можно рассматривать лишь как промежуточный этап на пути поиска верной теории - квантовой механики, точно описывающий закономерности микромира.

При переходе атома водорода либо водородоподобного иона из состояния  $n_2$  с энергией  $E_2$  в состояние  $n_1$  с энергией  $E_1$  излучается квант света с частотой  $\omega$ , равной:

$$E_2 - E_1 = \hbar \omega. \quad (14)$$

Подставляя энергию электрона в состоянии  $n_2$  и в состоянии  $n_1$  из формулы (2) (или, что то же самое, из (13)), имеем:

$$E_2 - E_1 = \frac{k^2 Z^2 e^4 m}{2 \hbar^2} \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (15)$$

Для водорода  $Z=1$ .

Далее, вспоминая, что  $E_2 - E_1 = \hbar \omega$ ,  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ , можем записать:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (16)$$

Формула (16) называется обобщенной формулой Бальмера. В данном случае  $R = \frac{m e^4}{64 \pi^3 \varepsilon_0^2 c \hbar^3} = \frac{k^2 m e^4}{4 \pi c \hbar^3} = 1,096 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ . Следует отметить, что

постоянную Ридберга иногда вводят не для волнового числа  $\frac{1}{\lambda}$ , а для частоты  $\omega$ . В этом случае  $R' = R \cdot 2\pi c = 2,067 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ .

В формуле (16) с увеличением  $n_2$  разность между волновыми числами  $\frac{1}{\lambda}$  уменьшается, стремясь при  $n_2 \rightarrow \infty$  к предельному значению (для  $n_1 = 2$ ,  $\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{4}$ ). При этом линии сближаются, и уменьшается их интенсивность.

Как было сказано выше, спектр атома водорода может быть разделен на наблюдающиеся на опыте спектральные серии, соответствующие переходам электрона на определенный уровень энергии со всех лежащих выше возбужденных энергетических уровней (рис. 1.4). Соответствующие переходы между боровскими орбитами показаны на рис. 1.4. . **Визуально мы можем наблюдать только серию Бальмера: для водорода -  $n_1=2$ ,  $n_2=3,4,5...$**

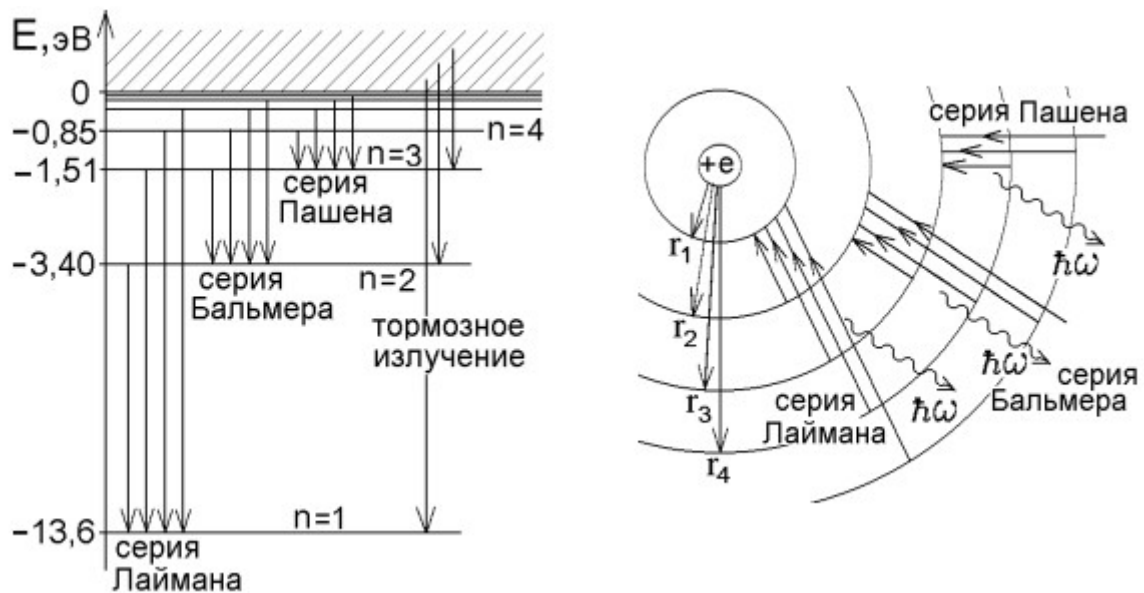


Рис. 1.4. Серийные закономерности в спектре атомарного водорода.

Вычисленные по формуле (16) длины волн спектральных серий водорода изображены на рис.1.5. Так как разрешенные уровни энергии расположены все более плотно с ростом главного квантового числа  $n$ , то и линии спектральной серии располагаются все более часто с уменьшением длины волны и оканчиваются областью сплошного спектра тормозного излучения (заштрихованные участки на рис.1.5). Видимый спектр изображен на рис. 1.6.

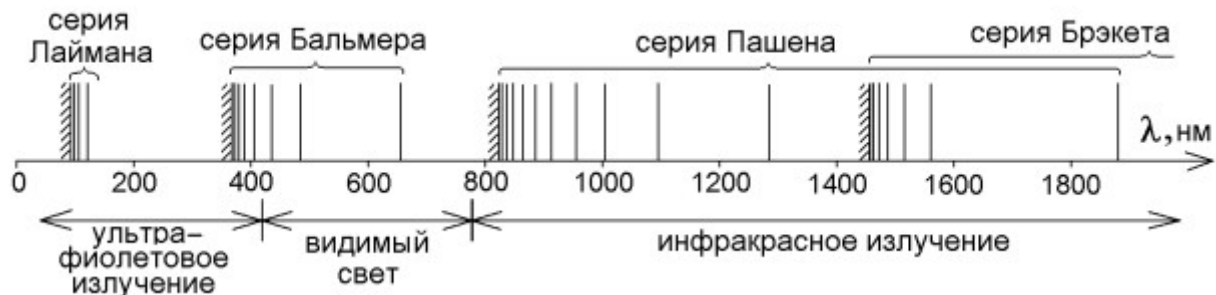


Рис. 1.5. Спектр атомарного водорода.



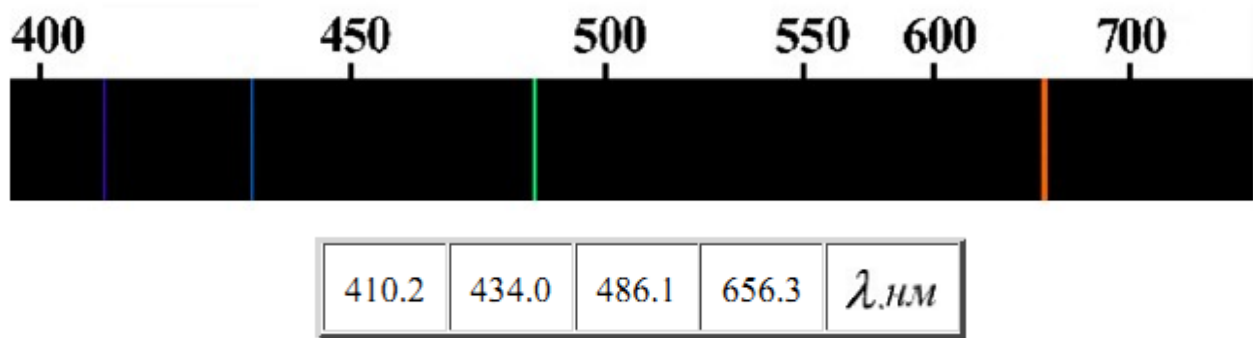


Рис. 1.6. Видимая часть спектра атома водорода.

Состояние атома, в котором электрон находится на низшем энергетическом уровне (для атома водорода это состояние с энергией  $E_1 = -13,6$  эВ), называется основным. Атом без внешних возмущений может находиться в этом состоянии неопределённо долго. Энергетический уровень  $E_1$ , соответственно, является бесконечно тонким. Этот вывод вытекает непосредственно из соотношения неопределенностей:  $\Delta E_1 \Delta \tau_1 \sim \hbar$ , где  $\Delta E_1$  - неопределенность значения энергии,  $\Delta \tau_1$  - неопределенность времени пребывания атома в этом состоянии. Так как  $\Delta \tau_1 \rightarrow \infty$ , то  $\Delta E_1 \rightarrow 0$ . Остальные энергетические уровни являются возбужденными, так как возникают под действием внешних воздействий и могут существовать ограниченное время  $\Delta \tau$ , поэтому возбужденные уровни несколько размыты, по порядку величины  $\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta \tau}$ .

Как видно из этого рисунка, из-за большого промежутка между уровнями  $E_1$  и  $E_2$  серия Лаймана попадает в ультрафиолетовую область. Серия Пашена и перекрывающаяся с ней серия Брэкета и т.п. оказывается в инфракрасной области. Глаз увидит только три первые линии серии Бальмера с  $\lambda_{3 \rightarrow 2} = 656$  нм (красный цвет),  $\lambda_{4 \rightarrow 2} = 486$  нм (бирюзовый цвет) и  $\lambda_{5 \rightarrow 2} = 434$  нм (темно-фиолетовый цвет). Поэтому свечение возбужденного водорода имеет розоватую окраску (смесь указанных цветов).

### Теория изотопического сдвига.

При выводе формул (13) – (16) ядро атома считалось неподвижным. Если учесть конечность массы  $M$  ядра, то и ядро, и электрон будут вращаться вокруг общего центра масс системы  $O$  рис. 2.1. Полученная для энергии электрона формула (3.23) имеет тот же вид, но массу  $m_e$  электрона в ней следует заменить на приведенную массу  $\mu = \frac{m_e M}{m_e + M}$ . Таким образом для атома водорода  $Z=1$  и формулу (13) можно записать в виде:

$$E_n = -\frac{k^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} \cdot \mu = -\frac{k^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} \cdot \frac{m_e}{(m_e + M)/M} = -\frac{k^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} \cdot \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{M}} \quad (2.1)$$

где  $m_e$  - масса электрона,  $M$  — масса ядра.

В этом случае длины волн спектральных линий будут зависеть от массы  $M$  ядра.

Поясним вывод формулы (2.1).

Вследствие конечности массы протона, электрон и протон будут вращаться вокруг общего центра масс  $O$  (рис.2.1).

Положение центра тяжести находится из соотношения моментов, из которого следует, что если электрон находится от ядра на расстоянии  $r$ , то расстояние  $a$  от центра масс до электрона определится условием:

$$M b = m_e a, \quad (2.2)$$

где  $M$  — масса ядра;  $b$  — расстояние от ядра до центра масс,  $a$  — расстояние от электрона до центра масс.

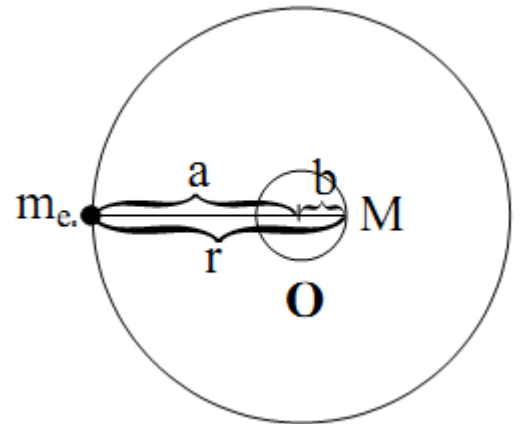


Рис. 2.1. Учет движения ядра и электрона вокруг общего центра масс в атоме водорода и дейтерия.

Движение ядра и электрона вокруг их центра масс приводит к изменению величины энергии электрона, находящегося в кулоновском поле ядра. Полная энергия системы электрон-ядро содержит теперь член, связанный с движением ядра:

$$E = \frac{m_e v_e^2}{2} + \frac{M v_{\text{я}}^2}{2} - k \frac{e^2}{r}, \quad (2.3)$$

где  $v_e$  — скорость движения электрона;  $v_{\text{я}}$  — скорость движения ядра. Учитывая (2.2), можно записать:

$$M v_{\text{я}} = M \omega b = m_e \omega a = m_e v_e, \quad (2.4)$$

где  $\omega$  — угловая скорость относительно центра масс.

Из (2.4) имеем:

$$M v_{\text{я}} = m_e v_e \rightarrow v_{\text{я}} = \frac{m_e v_e}{M} \quad (2.5)$$

Подставим найденное выражение (2.5) для скорости ядра  $v_{\text{я}}$  в уравнение (2.3) полной энергии системы электрон — ядро. В результате получим:

$$E = \frac{m_e v_e^2}{2} + \frac{m_e^2 v_e^2}{2M} - \frac{ke^2}{r} = \frac{m_e v_e^2}{2} \cdot \left(1 + \frac{m_e}{M}\right) - \frac{ke^2}{r} \quad (2.6)$$

Так как роль центростремительной силы выполняет кулоновская сила, то:

$$\frac{k \cdot e^2}{r^2} = m_e \frac{v_e^2}{a}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (2.7)$$

$a$  — расстояние от электрона до центра масс;  $r$  — расстояние от электрона до ядра.

Из рис. 2.1 видно, что  $b = r - a$ , а из (2.2) следует, что  $b = \frac{m_e a}{M}$ . Тогда:

$$\begin{aligned} a \cdot \left(1 + \frac{m_e}{M}\right) &= r \\ a &= \frac{r}{\left(1 + \frac{m_e}{M}\right)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Из (2.7) имеем:

$$k \cdot e^2 a = m_e v_e^2 r^2 \quad (2.9)$$

Подставляя выражение для  $a$  из уравнения (2.8) в (2.9) получим:

$$ke^2 a = \frac{ke^2 r}{\left(1 + \frac{m_e}{M}\right)} \quad (2.10)$$

Распространяя условие квантования круговых боровских орбит (9) на всю систему получим:

$$m_e v_e a + M v_{\text{я}} b = n \hbar \quad (2.11)$$

Учитывая равенство (2.5), получим:

$$m_e v_e (a+b) = m_e v_e r = n \hbar \quad (2.12)$$

Согласно (2.9), (2.10):

$$m_e v_e^2 r^2 = \frac{ke^2 r}{\left(1 + \frac{m_e}{M}\right)} \quad (2.13)$$

Выражая из (2.12) скорость  $v_e$  электрона как  $v_e = \frac{n \hbar}{m_e r}$ , подставляя в (2.13) и производя необходимые сокращения, получим:

$$\frac{n^2 \hbar^2}{m_e r} = \frac{ke^2}{1 + \frac{m_e}{M}} \quad (2.14)$$

Из (2.14) легко получить значения для радиусов электронных орбит:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{ke^2} \cdot \frac{\left(1 + \frac{m_e}{M}\right)}{m_e} = \frac{n^2 \hbar^2}{ke^2} \cdot \frac{1}{\mu} \quad (2.15)$$

Сравнивая (2.15) с ранее полученной формулой (10), которая была выведена без учета массы ядра, находим, что для учета массы ядра достаточно было бы в формуле (10) заменить массу электрона  $m_e$  на приведенную массу

$$\mu = \frac{m_e M}{m_e + M}.$$

Подставляя найденное выражение (2.15) для боровских орбит  $r_n$  в уравнение для скорости электрона  $v_e = \frac{n \hbar}{m_e r}$ , полученное из (2.12), имеем:

$$v_e = \frac{ke^2}{n \hbar \left(1 + \frac{m_e}{M}\right)} \quad (2.16)$$

И, наконец, подставляя найденные значения для скорости электрона  $v_e$  (2.16) и для радиуса  $r_n$  (2.15) в выражение для полной энергии системы  $E$  (2.6), получим:

$$E_n = -\frac{k^2 \mu e^4}{2 \hbar^2 n^2} = -\frac{k^2 m_e e^4}{2 \hbar^2 n^2 (1 + m_e / M)}, \quad (2.17)$$

где  $\mu = \frac{m_e}{1 + m_e / M}$  – приведенная масса системы электрон-ядро.

В этом случае длины волн спектральных линий при переходе  $n_2 \rightarrow n_1$  будут зависеть от массы ядра  $M$ :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{k^2 e^4 m_e}{4 \pi c \hbar^3} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{m_e}{M}\right)} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) = \frac{R}{\left(1 + \frac{m_e}{M}\right)} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad (2.18)$$

$$R = \frac{m e^4}{64 \pi^3 \varepsilon_0^2 c \hbar^3} = \frac{k^2 m e^4}{4 \pi c \hbar^3} = 1,096 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} - \text{постоянная Ридберга.}$$

Водород существует в трех изотопных состояниях с одинаковым зарядом (+e) и разной массой ядра:

водород (  $M = 1,673 \cdot 10^{-27}$  кг , иногда а этот изотоп называют протий),

дейтерий (  $M = 3,343 \cdot 10^{-27}$  кг )

и тритий (  $M = 5,007 \cdot 10^{-27}$  кг ).

Согласно формуле (2.18), наблюдаемые для них спектральные линии немного смещены друг относительно друга. Такое смещение линий излучения атомов разных изотопов называется изотопическим сдвигом.

По относительной интенсивности каждой из смещенных линий можно определить процентный состав изотопов в возбужденном светящемся газе, не проводя химический анализ.

Рассмотрим выражение изотопического сдвига для линий водорода и дейтерия. Волновые числа  $\frac{1}{\lambda}$  линий излучения соответствующих изотопов согласно (2.18) имеют вид:

$$\frac{1}{\lambda_D} = \frac{R}{\left(1 + \frac{m_e}{M_D}\right)} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad (2.19)$$

$$\frac{1}{\lambda_H} = \frac{R}{\left(1 + \frac{m_e}{M_H}\right)} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad (2.20)$$

Так как  $\frac{m_e}{M_H} = \frac{1}{1836}$  , а  $\frac{m_e}{M_D}$  еще вдвое меньше, то сомножитель в (2.19), (2.20) можно разложить в ряд, ограничиваясь первыми членами:

$$\frac{1}{1 + m_e/M} = 1 - m_e/M \dots \quad (2.21)$$

Найдем разность волновых чисел между линиями водорода  $\lambda_H$  и дейтерия  $\lambda_D$ :  $\frac{1}{\lambda_D} - \frac{1}{\lambda_H}$ . С учетом (2.21) имеем:

$$\frac{1}{\lambda_D} - \frac{1}{\lambda_H} = R \cdot m_e \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \cdot \left( \frac{M_D - M_H}{M_D M_H} \right) \quad (2.22)$$

Если не учитывать различий в массах протона и нейтрона и пренебречь дефектом масс, то можно считать, что  $M_D = 2 \cdot M_H$ . Тогда формулу (2.22) можно переписать в виде:

$$\frac{1}{\lambda_D} - \frac{1}{\lambda_H} = R \cdot m_e \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \cdot \frac{1}{2 \cdot M_H} \quad (2.23)$$

Учитывая, что:

$$R \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = \frac{1}{\lambda_\infty} \approx \frac{1}{\lambda_H} \quad (2.24)$$

где  $\lambda_H \approx \lambda_\infty$  — длина волны перехода в случае бесконечной массы ядра.

С другой стороны:

$$\frac{1}{\lambda_D} - \frac{1}{\lambda_H} = \frac{\lambda_H - \lambda_D}{\lambda_D \cdot \lambda_H} \approx \frac{\Delta \lambda_{HD \text{ изотопич.}}}{\lambda_H^2} \quad (2.25)$$

В формуле (2.25) принято  $\lambda_H \approx \lambda_D$ ;  $\lambda_H \cdot \lambda_D \approx \lambda_H^2$ . Величина изотопического сдвига в длинах волн равна  $\lambda_H - \lambda_D = \Delta \lambda_{HD \text{ изотопич.}}$ .

Приравнявая (2.25) и (2.23) с учетом (2.24), получим:

$$\frac{\Delta \lambda_{HD \text{ изотопич.}}}{\lambda_H} = \frac{m_e}{2 M_H}$$

Откуда, с учетом всех принятых ранее поправок, получаем окончательную расчетную формулу для изотопического сдвига в спектрах водорода и дейтерия:

$$\Delta \lambda_{HD \text{ изотопич.}} \approx \frac{\lambda_H m_e}{2 M_H} \quad (2.26)$$

Из формулы (2.22) следует, что относительная величина  $\frac{\Delta\lambda_{\text{изотопич.}}}{\lambda}$  изотопического сдвига пропорциональна разности масс изотопов, обратно пропорциональна произведению масс изотопов. Т. о. изотопический сдвиг быстро уменьшается с ростом атомного веса элемента. Для легких атомов он достигает наибольших значений.

Измерив величину изотопического сдвига линий в спектрах излучения атомов водорода и дейтерия, можно оценить отношение массы электрона  $m_e$  к массе протона  $M_p$  (напомним, что ядро атома водорода состоит из одного протона, т. е.  $M_H = m_p$ ):

$$\frac{m_e}{m_p} = \frac{2 \cdot \Delta\lambda_{\text{HD изотопич.}}}{\lambda_H} \quad (2.27)$$

Табличное значение отношения  $\frac{m_e}{m_p} \approx \frac{1}{1837} = 5,44 \cdot 10^{-4}$ .

В табл. 1, во втором и третьем столбцах, приведены длины волн 4-х первых линий бальмеровской серии обычного водорода ( $H^1$ ) и его тяжелого изотопа дейтерия ( $D^2$ ). В двух последних столбцах даны разности между ними, вычисленные на основании соотношения (2.26) и измеренные В. И. Черняевым с помощью большой дифракционной решетки на приборе высокой разрешающей способности (Черняев В. И., ДАН, 19, №4, 245, 1938; 20, № 5, 374, 1935).

Все данные в таблице 1 приведены в Ангстремах ( $1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ нм} = 10^{-10} \text{ м}$ ).

Таблица 1

### Сравнение длин волн линий $H^1$ и $D^2$ и их сдвигов

Обозначение линии	$\lambda, \text{ \AA}$		$\Delta\lambda, \text{ \AA}$	
	$H^1$	$D^2$	вычислено	наблюдено
$\alpha$	6562,846	6561,063	1,783	1,783
$\beta$	4861,322	4859,992	1,330	1,326
$\gamma$	4340,458	4339,277	1,181	1,185
$\delta$	4101,731	4100,621	1,110	1,119

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.

### Аппаратная часть. Приборы и оборудование.

Лабораторная работа выполняется на комбинированном учебном комплексе ФКЛ-24. Учебный лабораторный комплекс представляет собой действующую модель, функционально не отличающуюся от своего базового научного прототипа. Конструктивно стенд состоит из двух модулей: ОСВЕТИТЕЛЯ, содержащего спектральные лампы и БЛОКА УПРАВЛЕНИЯ, формирующего необходимые напряжения для питания ламп и генерирующего изображение на VGA выходе прибора для его подачи на монитор.

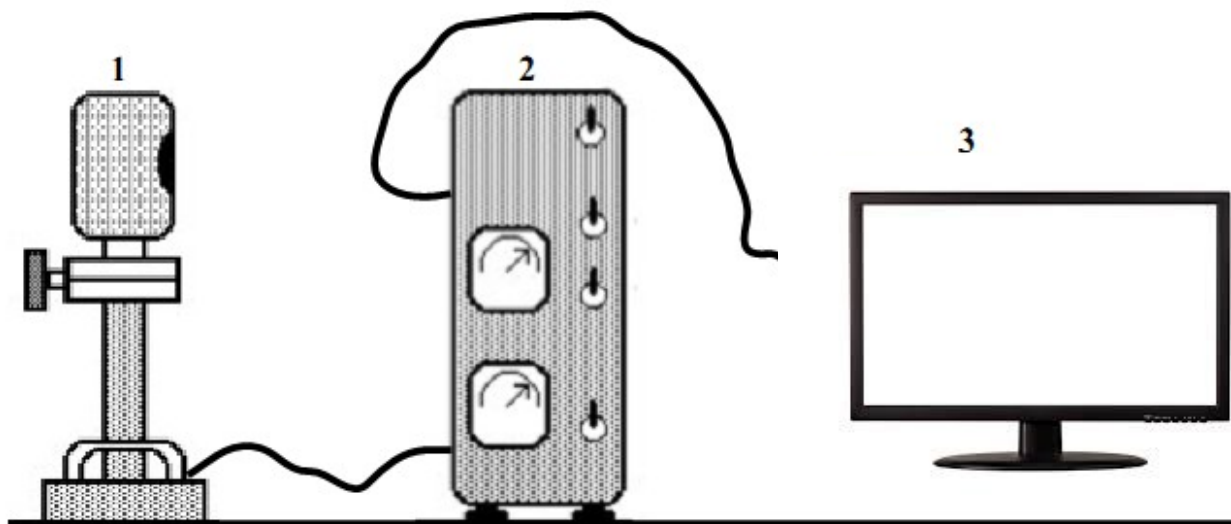


Рис. 3.1. Принципиальная блок — схема эксперимента по наблюдению изотопического сдвига. 1 — осветитель с водородно-дейтериевой лампой типа ДВС-25 либо спектральной трубкой ТСУ-Н; 2 – ПУЛЬТ УПРАВЛЕНИЯ и источник питания для лампы; 3 – МОНИТОР VGA для визуализации спектрограмм и последующей их обработки.

Источник света в данном эксперименте — водородно-дейтериевая газоразрядная лампа ДВС-25 либо водородно-дейтериевая спектральная трубка типа ТСУ-Н, в которой, кроме водорода, присутствует некоторое количество дейтерия в виде примеси.

Разряд в лампе возникает при столкновении ускоренных электронов с молекулами  $H_2$  или  $D_2$ . Образующие при этом электроны и ионы поддерживают разряд. Кроме областей непрерывного спектра, при рекомбинации наблюдаются также спектральные линии, соответствующие обычному эмиссионному спектру атомов и молекул водорода и дейтерия. Возбуждение их происходит главным образом за счет электронных ударов. Кроме этого, для облегчения зажигания лампы, внутрь трубки введено небольшое количество примеси неона. Если давление водорода и дейтерия в трубке достаточно, то в спектре свечения на фоне молекулярного спектра  $H_2$  появятся яркие линии атомов водорода и дейтерия. Питание анода лампы ДВС-25 осуществляется от специального



источника питания с регулировкой тока анода в диапазоне до 320 мА. В цепь катода (накала) лампы ДВС-25 подаётся ток от регулируемого источника тока в диапазоне 0 — 2,5 А. После зажигания разряда между катодом и анодом, ток накала снижается до нуля. В случае нестабильного разряда, можно увеличить ток накала до 1 Ампера, при этом поддерживая ток анода в диапазоне 250 — 300 мА. Ток анода во время работы лампы не должен превышать 300 мА. Ток анода является током разряда в водородно-дейтериевой смеси, наполняющей лампу.

Питание спектральной трубки типа ТСУ-Н осуществляется от специального высоковольтного источника питания. Принцип работы источника питания основан на преобразовании переменного напряжения питающей сети в высокочастотное (~30 кГц) высокое напряжения порядка 10 киловольт, необходимое для зажигания трубки и использовании электронного балласта и стабилизационной микросхемы для контроля и стабилизации тока.

Работа оптической части (прибора с высокой разрешающей силой) заменяется моделью фотоприемника, максимальная чувствительность которого условно изменяется в зависимости от подачи на него различного напряжения смещения, что позволяет развернуть спектрограмму по длине волны и получить зависимость интенсивности спектральной линии  $I$  от длины волны  $\lambda$ :  $I=I(\lambda)$ . Напряжение на фотоприемнике уже проградуировано в длинах волн.

Пульт управления содержит переключатель «СЕТЬ аналоговая часть» и кнопку «СЕТЬ цифровая часть VGA». Перед началом работы проверить положения всех ручек регулировки. Ручка регулировки «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ» должна быть повернута до упора против часовой стрелки, а цифровая часть VGA отключена.

Необходимое питание подаётся на лампу от ПУЛЬТА УПРАВЛЕНИЯ, который соединяется с осветителем специальным кабелем.

После включения трубки включается цифровая часть цепей питания прибора нажатием клавиши «СЕТЬ. ЦИФРОВАЯ ЧАСТЬ». Это сделано для исключения влияния паразитных переходных процессов во время включения лампы на микропроцессорную систему управления учебной установкой.

Эксперимент состоит из четырех частей. При помощи многофункциональной кнопки «РЕЖИМ РАБОТЫ. ВЫБОР», расположенной на передней панели лабораторного модуля имеется возможность выбрать необходимый опыт:

1. Снятие спектральной характеристики водородно-дейтериевой трубки низкого разрешения 1 нм «РЕЖИМ НИЗКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ». При этом по нажатию кнопок «ДЛИНА ВОЛНЫ» либо «АВТОСКАН» осуществляется сканирование спектра с разрешением 1 нм в видимой области 400 — 700 нм.
2. Исследование изотопической структуры спектральной альфа-линии водородной-дейтериевой трубки «РЕЖИМ АЛЬФА». При этом по нажатию

кнопок «ДЛИНА ВОЛНЫ» либо «АВТОСКАН» осуществляется сканирование спектра с разрешением 0,01 нм в диапазоне 655,70 — 656,69 нм.

3. Исследование изотопической структуры спектральной бета-линии водородной-дейтериевой лампы «РЕЖИМ БЕТА». При этом по нажатию кнопок «ДЛИНА ВОЛНЫ» либо «АВТОСКАН» осуществляется сканирование спектра с разрешением 0,01 нм в диапазоне 485,57 — 486,57 нм.
4. Исследование изотопической структуры спектральной гамма-линии водородной-дейтериевой лампы «РЕЖИМ ГАММА». При этом по нажатию кнопок «ДЛИНА ВОЛНЫ» либо «АВТОСКАН» осуществляется сканирование спектра с разрешением 0,01 нм в диапазоне 433,49 — 434,49 нм.

Исследование дельта-линии с длиной волны излучения водорода  $\lambda_{\delta H} \approx 410,17$  нм не проводится вследствие её малой интенсивности.

Смена режимов работы (переключение эксперимента) осуществляется кнопкой «РЕЖИМ РАБОТЫ. ВЫБОР».

Спектрограммы низкого и высокого разрешения, полученные с помощью учебной моделирующей установки ФКЛ-24 представлены на рис. 3.2 а), б).

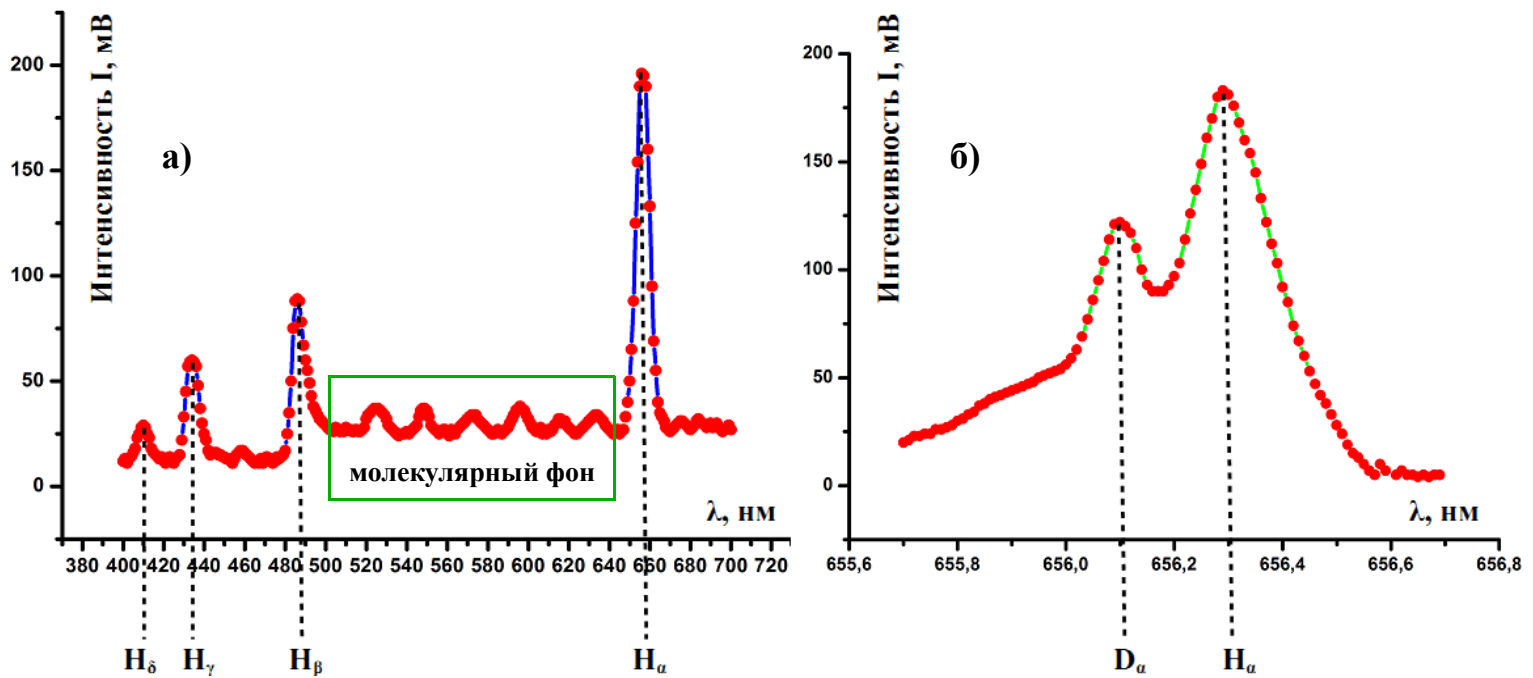


Рис. 3.2. Спектрограммы, полученные на лабораторной установке ФКЛ-24 для водородно-дейтериевой лампы с низким разрешением 1 нм — а); и с высоким разрешением 0,01 нм для альфа-линии — б). Пунктиром отмечены характерные пики атомарного водорода и изотопическая структура альфа-линии. Видно, что спектральная линия дейтерия  $D_\alpha$  несколько смещена влево по длине волны от спектральной линии  $H_\alpha$  и имеет меньшую интенсивность, так как концентрация дейтерия в лампе меньшая. Изотопический сдвиг определяется как разность  $\lambda_H - \lambda_D = \Delta\lambda_{\text{HD изотопич.}}$ . На спектрограмме а) хорошо видно, что между линиями  $H_\alpha$  и  $H_\beta$  наблюдается множество размытых пиков молекулярного водорода на уровне фона.

### Порядок выполнения.

1. Перед включением установки в сеть проверить целостность всех соединительных сигнальных и сетевых проводов. Все работы по подключению комплекса к монитору и осветителю следует выполнять только при отключенных от сети приборах. Разобраться с принципиальными блок-схемами опытов, в назначении кнопок, переключателей и ручек прибора.
2. Подключить осветитель к блоку управления, используя соответствующие провода из комплекта, соединив выходы «ЛАМПА» с соответствующими входами осветителя.
3. Подключить стандартный монитор, имеющий VGA вход к выходу «МОНИТОР VGA» учебной установки.

### ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА.

4. Включить учебную установку и монитор в сеть  $\sim 220$  В с помощью прилагаемых силовых сетевых кабелей евро-стандарта. Поставить переключатель «СЕТЬ. АНАЛОГОВАЯ ЧАСТЬ» на панели учебного модуля и монитора в положение «ВКЛ», при этом должен загореться сигнальный индикатор «СЕТЬ».
5. В начале работы следует включить источник света — спектральную трубку типа ТСУ-Н, используя переключатель «ЛАМПА». Затем, медленно вращая ручку «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ» по часовой стрелке, добиться возникновения устойчивого разряда в трубке (обычно напряжение устойчивого разряда составляет 5 — 6 кВ). Напряжение, подаваемое на трубку, следует отрегулировать таким образом, чтобы происходил устойчивый разряд, и наблюдалась приемлемая яркость свечения. Запрещается перекручивать ручку «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ», так как при подачи на трубку чрезмерного напряжения, возможен выход её из строя. **При включении трубки, особенно с течением времени после интенсивного использования, возможна задержка в развитии ВЧ разряда в газе, поэтому если трубка не засветилась сразу, ручку регулировки высокого напряжения рекомендуется поставить в максимальное положение, вращая её по часовой стрелке, и ожидать развития разряда в течение  $\sim 1$  минуты, после чего сразу убавить напряжение, поступающее на трубку, до значения, обеспечивающее устойчивое свечение и приемлемую яркость излучения.**
6. После включения лампы включается цифровая часть цепей питания прибора нажатием клавиши «СЕТЬ. ЦИФРОВАЯ ЧАСТЬ VGA». Это сделано для исключения влияния паразитных переходных процессов во время включения лампы на микропроцессорную систему управления учебной установкой.
7. Дать установке прогреться в течение трех минут.
8. Приступить к эксперименту по снятию спектрограммы водородной-дейтериевой лампы низкого разрешения 1 нм. Для этого с помощью кнопки

«РЕЖИМ РАБОТЫ/ВЫБОР» выберите эксперимент «НИЗКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ» и начните опыт.

9. Просканируйте спектр, нажимая кнопки «ДЛИНА ВОЛНЫ» либо используя кнопку «АВТОСКАН». Записывайте результаты измерений в таблицу и постройте график зависимости интенсивности от длины волны  $I=I(\lambda)$ . Спектрограмма должна иметь вид, аналогичный рис. 3.1 а). Сканирование спектра может осуществляться как по нажатию кнопок «ДЛИНА ВОЛНЫ», так и в автоматическом режиме, для этого следует нажать кнопку «АВТОСКАН». После окончания сканирования спектра, кнопку необходимо отжать.

10. Переключитесь в режим высокого разрешения 0,01 нм и повторите действия п. 9 для исследования изотопической структуры альфа-линии водородной-дейтериевой лампы. Для этого следует нажать кнопку «РЕЖИМ РАБОТЫ/ВЫБОР», расположенную на передней панели лабораторного модуля. Просканируйте спектр, полученная спектрограмма должна иметь вид, аналогичный рис. 3.1 б).

11. Повторите действия по снятию спектрограмм высокого разрешения, аналогичные пп. 9 — 10 для всех линий водородно — дейтериевой лампы. Все полученные спектрограммы изотопической должны иметь вид, аналогичный рис. 3.1 б).

12. По полученной спектрограмме низкого разрешения 1 нм, определите координаты пиков (центры пиков) как длины волн излучения альфа, бета, гамма и дельта линий, соответствующие линиям серии Бальмера атомарного водорода (см. рис. 3.1 а):  $\lambda_{H\alpha}$ ,  $\lambda_{H\beta}$ ,  $\lambda_{H\gamma}$ ,  $\lambda_{H\delta}$ .

13. Сравнить измеренные вами значения длин волн в серии Бальмера с табличными значениями, приведенными в таблице 1.

14. Для серии Бальмера формула (16) переписывается в виде:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (3.1)$$

15. С помощью формулы (3.1) вычислите для каждой линии  $\lambda_{H\alpha}$ ,  $\lambda_{H\beta}$ ,  $\lambda_{H\gamma}$ ,  $\lambda_{H\delta}$  постоянную Ридберга  $R_1$ . Не забудьте все вычисления производить в СИ. Вычислите и запишите среднее значение  $\langle R \rangle$ .

16. Из формулы  $R = \frac{me^4}{64\pi^3 \varepsilon_0^2 c \hbar^3}$  получите выражение для вычисления постоянной Планка. Используя среднее значение  $\langle R \rangle$ , с помощью этого выражения вычислите постоянную Планка.

При вычислении принять:  $m=9 \cdot 10^{-31}$  кг,  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $\varepsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м,  $c=3 \cdot 10^8$  м/с.

17. Сравнить полученное значение постоянной Ридберга  $R_{\text{экспер.}}$  с

теоретическим значением  $R_{\text{теор.}} = \frac{me^4}{64\pi^3\epsilon_0^2c\hbar^3} = \frac{k^2me^4}{4\pi c\hbar^3} = 1,096 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$

18. По полученным спектрограммам высокого разрешения для каждой линии (альфа, бета и гамма) определите координаты пиков (их центры) как длины волн, соответствующие линиям водорода  $H$  и дейтерия  $D$  (см. рис. 3.1 б).

19. Рассчитайте экспериментальное значение величины изотопического сдвига  $\lambda_H - \lambda_D = \Delta\lambda_{\text{HD экс. изотопич.}}$  в структуре каждой из линий водородной-дейтериевой лампы, спектр которой был снят вами с высоким разрешением 0,01 нм.

20. По формуле (2.27) рассчитать экспериментальное значение отношения массы электрона к массе протона  $\left(\frac{m_e}{m_p}\right)_{\text{эксп}}$  по величине изотопического сдвига  $\Delta\lambda_{\text{HD экс. изотопич.}}$ , найденного для каждой линии излучения серии Бальмера из снятых вами спектрограмм высокого разрешения. По результатам расчетов определить среднее значение  $\left\langle \left(\frac{m_e}{m_p}\right)_{\text{эксп}} \right\rangle$  и сравнить его с табличными данными. Все расчеты производите в СИ.

21. Рассчитайте по формуле (2.26) теоретическое значение изотопического смещения для каждой линии излучения серии Бальмера в спектре водородной-дейтериевой лампы. При расчетах принять: масса электрона  $m_e = m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ ; масса ядра атома водорода (масса протона)  $M_H = m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ ;  $\lambda_H$  – длина волны излучения атома водорода для данной линии.

22. Сравните полученные Вами результаты с данными таблицы 1. Объясните возможные расхождения в расчетах и сделайте выводы о точности эксперимента. При сравнении результатов учтите, что все данные в таблице 1 приведены в Ангстремах ( $1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ нм} = 10^{-10} \text{ м}$ ).

23. По окончании работы следует сначала отключить цифровую часть кнопкой «СЕТЬ. ЦИФРОВАЯ ЧАСТЬ», при этом отключится измерительная система, затем выключить аналоговую часть переключателем «СЕТЬ. АНАЛОГОВАЯ ЧАСТЬ».

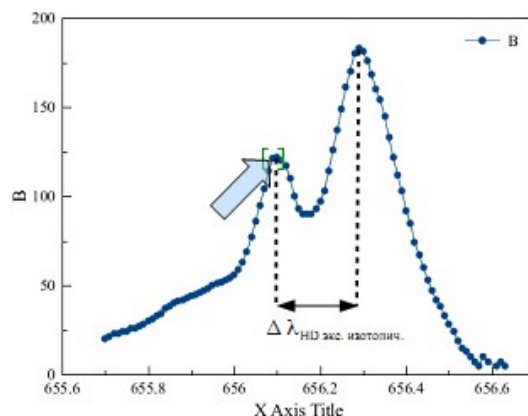


Рис. 4.7. Определение положения центра пика. Показана изотопическая структура альфа-линии спектра испускания водородной-дейтериевой лампы.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Воспользовавшись квазиклассической теорией Бора, получить формулу для энергии электрона  $E_n$  в однократно ионизированном атоме гелия.

В чём, по вашему мнению, основной недостаток теории Бора?

2. Пользуясь энергетической диаграммой для атома водорода, представленной на рисунке 1.1, определите энергию ионизации атома водорода. Определить по той же диаграмме первый потенциал возбуждения атома водорода.

3. Что такое линейчатый и сплошной спектр? Какой спектр вы наблюдали в этом опыте?

4. Почему спектр водорода и других газов линейчатый, а спектр лампы накаливания сплошной?

5. Получите обобщенную формулу Бальмера (16) и выражение  $R_{\text{теоретич.}}$  через основные константы.

6. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной.

7. Во сколько раз минимальная длина волны в серии Пашена спектра водорода больше максимальной длины волны в серии Бальмера?

8. Вычислить наибольшие длины волн в сериях Лаймана, Бальмера, Пашена в спектре водорода.

9. Объясните причины размытия энергетических уровней электрона в атоме. Какой уровень будет «размыт» в наименьшей степени. Почему?

10. Какой метод возбуждения атомов для получения спектра используется в данной установке? Объясните методику эксперимента: необходимость в монохроматоре, принцип его устройства, принцип работы излучателя.

11. Как вы думаете, как меняется после включения высокого напряжения сопротивление газоразрядного промежутка в лампах ДВС-25? Чему равно сопротивление этого промежутка до включения и после? Почему происходит резкое изменение сопротивления трубки? С какими физическими явлениями, происходящим в газе, заполняющим трубку, это связано?

12. Какова физическая природа изотопического эффекта?

13. Как зависит постоянная Ридберга от массы ядра?

14. Вывести рабочую формулу для определения  $\left( \frac{m_e}{m_p} \right)$  из спектроскопических измерений.

**РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.**

1. Иродов И. Е., Квантовая физика. Основные законы., М. 2002
2. Савельев И. В. Курс общей физики. М., 1982, т. 3
3. Шпольский Э. В., Атомная физика т.1, т.2
4. Курс физики, под редакцией Лозовского В.Н., С-Пб 2001.
5. Рохлин Г. Н., Разрядные источники света, М., Энергоатомиздат, 1991.
6. Лабораторный практикум по физике, под ред. К. А. Барсукова, М. 1988.
7. Давыдов А. С., Квантовая механика, Наука, 1973, издание – 2-ое.
8. П. В Елютин, Квантовая механика с задачами. Наука, 1976.
9. И. И. Гольдман. Сборник задач по квантовой механике., 1957.
10. М. И. Фугенфиров. Электрические схемы с газоразрядными лампами
11. В. М. Скобелев. Источники света и пускорегулирующая аппаратура.

**ДЛЯ СВОБОДНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ  
НПО УЧЕБНОЙ ТЕХНИКИ «ТУЛАНАУЧПРИБОР»**