НПО УЧЕБНОЙ ТЕХНИКИ «ТУЛАНАУЧПРИБОР»

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

ФКЛ-1М-С

ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА АТОМА ВОДОРОДА С ПОМОЩЬЮ УЧЕБНОГО ПРИЗМЕННОГО СПЕКТРОСКОПА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ РИДБЕРГА.

Тула, 2010 г

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА.

ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА АТОМА ВОДОРОДА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ РИДБЕРГА.

Цель работы: Исследовать спектр атомарного водорода, вычислить постоянную Ридберга, ознакомиться с основами работы призменных оптических приборов.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ.

Квантовомеханический подход к изучению процессов поглощения атомов позволяет их исследовать и объяснять. Состояние атома в квантовой механике описывается волновой функцией ψ_n, а его энергия E_n . В случае простейшего атома - атома водорода, состоящего из протона и электрона, квантовая механика позволяет получить точные решения волнового уравнения Шредингера (1):

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{ke^2}{r}\right)\psi = 0, \qquad (1)$$

где m - масса электрона, e - его заряд, E - полная энергия, $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\frac{Ф}{м}$ (для расчетов часто принимают $k=9\cdot10^9$ *м/Ф*). Его решение (получаемое в курсе «Квантовой теории») для атома водорода дает набор дискретных уровней энергии. Для связанных состояний (E_n <0):

$$E_n = -\frac{k^2me^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}, \qquad (2)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \cdot 10^{-34}$, n = 1,2,3,....- главное квантовое число. Обычно формулу (2) записывают в виде:

$$E_n = -A\frac{1}{n^2}, \qquad (2a)$$

где A=13,6 эВ.

С ростом n уровни энергии атома сближаются, в пределе ($n\to\infty$) дискретный спектр приближается к непрерывному, а квантовая система к классической. Это и есть принцип соответствия Бора, который позволяет выразить постоянную Ридберга через фундаментальные постоянные.

Для простоты Бор принял, что в атоме водорода электроны вращаются вокруг протона по окружности радиусом r с циклической частотой ω, и, согласно второму закону Ньютона, имеем:

$$m\omega^2 r = \frac{mV^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2}, \qquad (3)$$

Согласно принципу квантования состояния электрона в атоме:

$$mVr = n\hbar, \qquad (4)$$

Решение системы (3), (4) лает выражение для радиусов круговых орбит электронов в атоме водорода:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{kme^2} n^2, \qquad (5)$$

Полная энергия электрона в атоме есть сумма кинетической и потенциальной энергий:

$$E_n = \frac{mV^2}{2} - \frac{ke^2}{r} \qquad (5а)$$

Выражая из системы уравнений (3), (4) скорость электрона, имеем:

$$V = \frac{ke^2}{n\hbar}, \qquad (5б)$$

Подставляя (5б) и (5) в (5а), получаем формулу, выражающую полную энергию электрона в атоме водорода на n-ой стационарной орбите:

$$E_n = \frac{-k^2 e^4 m}{2\hbar^2 n^2} \qquad (5с)$$

Видно, что формула (5с), полученная с помощью постулатов Бора, совпадает с формулой (2), полученной с помощью **точного** решения уравнения Шредингера для атома водорода.

Однако, к сожалению, теория Бора, достаточно правильно описывая закономерности в атоме водорода и водородоподобных ионах (содержащих один электрон), даёт неправильные результаты уже для атома гелия, следующего за водородом и содержащем всего два электрона. Таким образом, теорию Бора можно рассматривать лишь как промежуточный этап на пути поиска верной теории - квантовой механики, точно описывающий закономерности микромира.

При переходе атома водорода из состояния n_2 с энергией E_2 в состояние n_1 с энергией E_1 излучается квант света с частотой ω, равной:

$$E_2 - E_1 = \hbar\omega. \qquad (6)$$

Подставляя энергию электрона в состоянии n_2 и в состоянии n_1 из формулы (2) (или, что то же самое, из (5c)), имеем:

$$E_2 - E_1 = \frac{k^2 e^4 m}{2\hbar^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad (7)$$

Далее, вспоминая, что $E_2 - E_1 = \hbar\omega, \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, можем записать:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \qquad (8)$$

Формула (8) называется обобщенной формулой Бальмера. В данном случае $R = \frac{me^4}{64\pi^3 \varepsilon_0^2 c\hbar^3} = 1{,}097 \cdot 10^7 \ м^{-1}$. Следует отметить, что **постоянную Ридберга иногда вводят не для волнового числа $\frac{1}{\lambda}$, а для частоты ω.** В этом случае $R' = R \cdot 2\pi c = 2{,}067 \cdot 10^{16} c^{-1}$. В формуле (8) с увеличением n_2 разность между волновыми числами $\frac{1}{\lambda}$ уменьшается, стремясь при $n_2 \to \infty$ к предельному значению (для $n_1 = 2$, $\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{4}$). При этом линии сближаются, и уменьшается их интенсивность. Совокупность спектральных линий, закономерно меняющих свою интенсивность, называют спектральной серией. Предельное волновое число при $n_2 \to \infty$ называется границей серии. **Визуально мы можем наблюдать только серию Бальмера: для водорода - n_1=2, n_2=3,4,5... (рис.1).** Однако, существуют и другие серии. Это, например, серия Лаймана, все линии которой лежат в ультрафиолетовой области спектра. Для этой серии n_1=1. Линии остальных серий (Пашена, Брэкета, Пфунда и др.) лежат в инфракрасной области спектра. Набор уровней энергии и возможные переходы в атоме принято показывать на энергетической диаграмме, приведённой на рисунке 1. Здесь принято $E_n = W_n$ – полная энергия электрона в атоме на n- ом уровне.

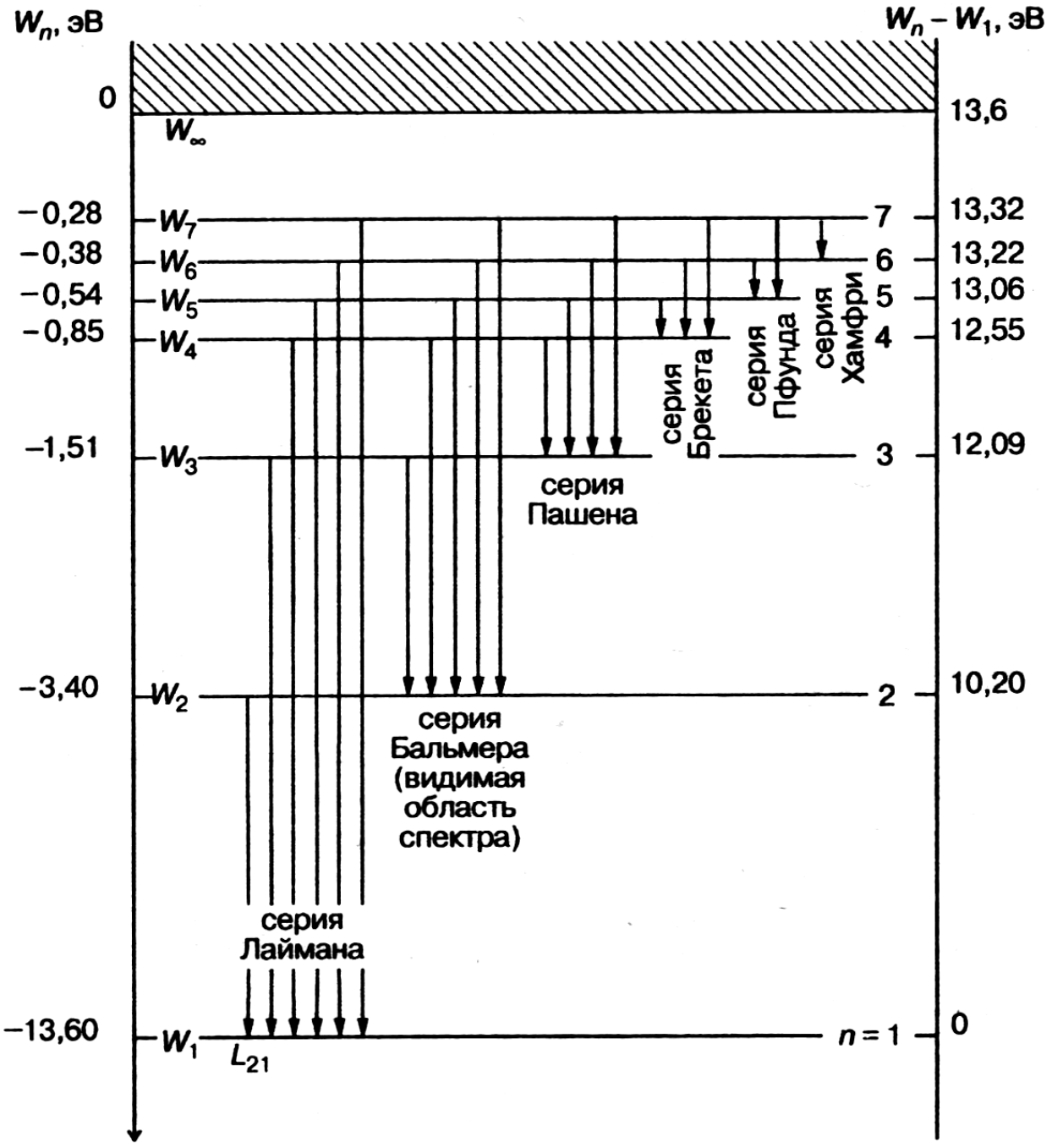

Рис.1 Энергетическая диаграмма атома водорода.

Состояние атома, в котором электрон находится на низшем энергетическом уровне (для атома водорода это состояние с энергией E_1= -13,6 эВ), называется основным. Атом без внешних возмущений может находиться в этом состоянии неопределённо долго. Энергетический уровень E_1, соответственно, является бесконечно тонким. Этот вывод вытекает непосредственно из соотношения неопределенностей: $\Delta E_1 \Delta \tau_1 \sim \hbar$, где ΔE_1 - неопределенность значения энергии, $\Delta \tau_1$ - неопределенность времени пребывания атома в этом состоянии. Так как $\Delta \tau_1 \to \infty$, то $\Delta E_1 \to 0$. Остальные энергетические уровни являются возбужденными, так как возникают под действием внешних воздействий и могут существовать ограниченное время $\Delta \tau$, поэтому возбужденные уровни несколько размыты, по порядку величины: $\Delta E \sim \dfrac{\hbar}{\Delta \tau}$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ
Методика эксперимента.
Приборы и оборудование.

Схема установки приведена на рисунке 2.

Рис.2. Блок-схема экспериментальной установки ФКЛ-1М-С

Установка содержит УСТРОЙСТВО ОСВЕТИТЕЛЬНОЕ 1, учебный спектроскоп 2 и ПУЛЬТ УПРАВЛЕНИЯ 3. Блок осветителя содержит водородную спектральную трубку и ртутную лампу ДРСк-125. Питание ламп осуществляется от специального источника. Под действием высокого напряжения, вырабатываемого блоком питания ламп, электроны в атомах водорода переходят на высшие энергетические уровни. Через время $\Delta\tau \approx 10\text{-}9$ с, они обязаны перейти на более низкий энергетический уровень, испустив квант света, частота которого определяется формулой (6). Так как в разрядном промежутке содержится огромное число атомов, то, под действием напряжения, периодически электроны в них переходят на случайный более возбужденный уровень, излучая квант света какой-то определенной частоты – и, т. о., в окуляре спектроскопа мы видим весь набор спектральных линий.

Спектральная трубка представляет собой стеклянный баллон с впаянными внутрь электродами. Разряд в трубке возникает при столкновении ускоренных электронов с молекулами H_2 или D_2. Образуемые при этом электроны и ионы поддерживают разряд. Кроме областей непрерывного спектра, при рекомбинации наблюдаются также спектральные линии, соответствующие обычному эмиссионному спектру атомов и молекул водорода и дейтерия. Возбуждение их происходит главным образом за счет электронных ударов.

Параметры лампы ДРСк-125 стабилизируются через 3-5 минут после включения. В процессе разгорания, запрещается выключать лампу от сети. Горевшую лампу возможно зажечь повторно лишь после 10-ти минутного перерыва. Ртутная лампа является мощным источником света в ультрафиолетовой области спектра, поэтому следует избегать попадания прямого светового потока излучения от лампы в глаза и длительного облучения кожи.

Спектроскоп учебный.

Учебный двухтрубный спектроскоп предназначен для исследования спектра, определения длин световых волн спектральных линий паров металлов и газов, а также для наблюдениия сплошного спектра при изменении температуры накала светящихся тел.

Основные технические данные:

1	Фокусное расстояние объектива коллима-	~105 мм
2	Фокусное расстояние окуляра	~32 мм
3	Разрешающая сила зрительной трубки в центре поля, не более	30 ``
4	Ширина щели	0,5 мм
5	Спектральный диапазон работы	400 – 750 нм

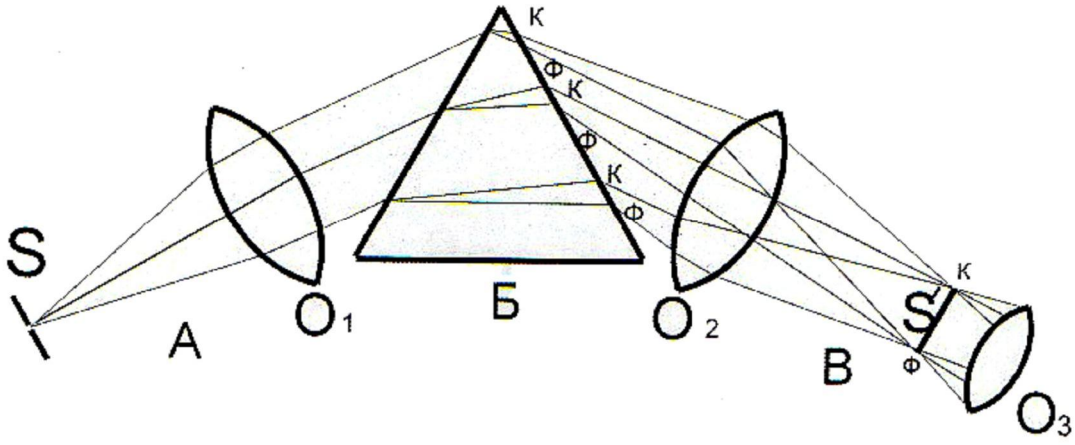

Рис.3. Принципиальная оптическая схема спектроскопа.

Учебный двухтрубный спектроскоп призматического типа состоит из трех основных узлов: коллиматора А со щелевым устройством, призмы Б и зрительной трубки В (рис. 3).

В фокальной плоскости объектива О1 находится узкая щель, длин которой перпендикулярна плоскости рисунка. Щель освещается исследуемыми лучами.

Выходящие из объектива параллельные лучи проходят через призму Б. Из призмы лучи различных цветов выходят под различными углами вследствие различия длин волн: красные отклоняются на меньший угол, фиолетовые имеют наибольшее отклонение. Все лучи других цветов проходят в промежутке между крайними цветами.

Так как все лучи с одинаковыми длинами волн выходят из призмы параллельными между собой, то объектив О2 собирает их в одну точку фокальной плоскости S`. В этой плоскости лучи одного цвета дают изображение узкой щели S: геометрическое место всех изображений даваемых различными лучами, входящими в состав исследуемого пучка, называется призматическим спектром данного излучения. Так как изображение спектра S` мало, то для увеличения его применяют окуляр О3, действующий как обычная лупа.

Учебный двухтрубный спектроскоп состоит из следующих основных частей (рис. 4): стойки, столика, неподвижного кронштейна, подвижного кронштейна, коллиматорной трубки, призмы, зрительной трубки, винтового микрометра и колпачка.

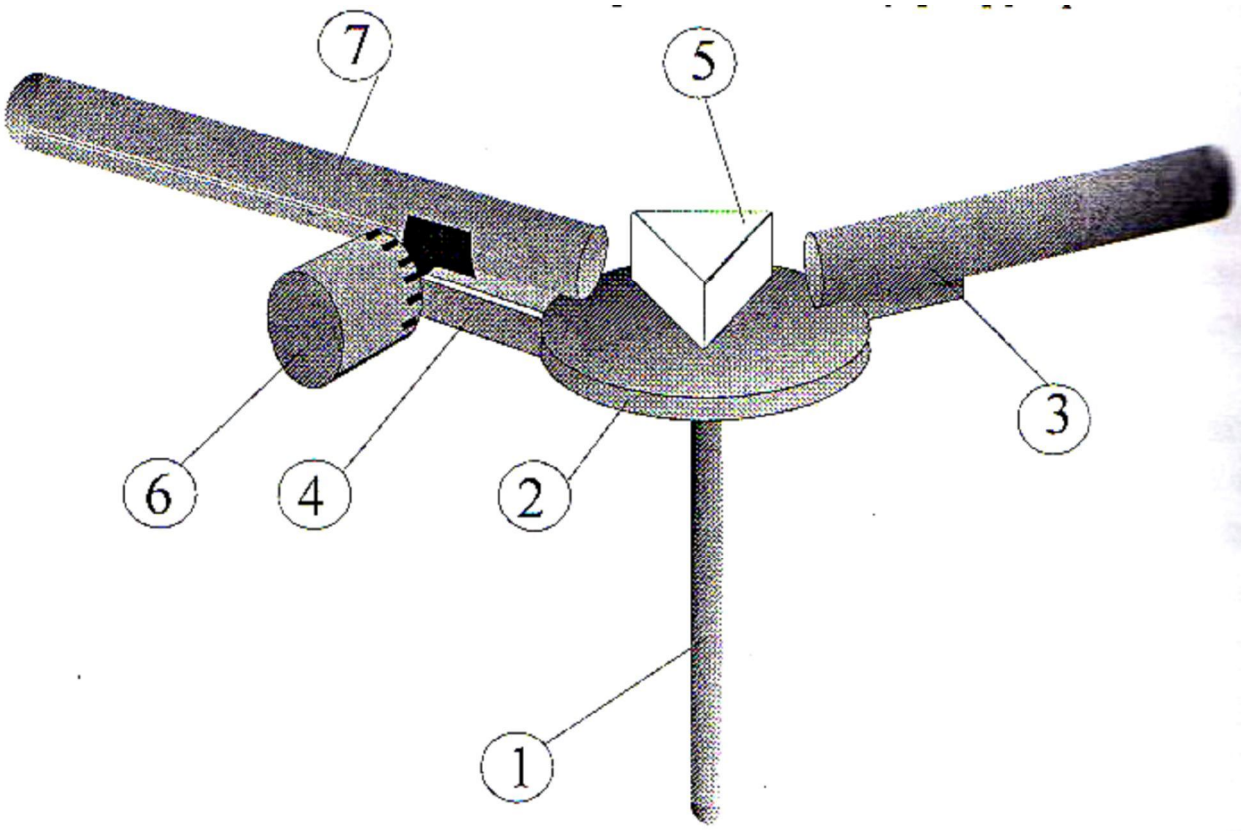

Рис.4. Устройство спектроскопа.

Стойка 1 служит для установки спектроскопа на подставке.

Столик 2 соединяется со стойкой при помощи резьбы. На столике укреплены: коллиматорная трубка 3, подвижный кронштейн 4, призма с оправой 5 и винтовой микрометр 6.

Подвижный кронштейн служит для крепления на нем зрительной трубки 7. Кронштейн находится под действием винтового микрометра, с одной стороны, и пружины - с другой.

Коллиматорная трубка 3 предназначена для направления на призму параллельного пучка лучей от узкой щели. Щель установлена в фокальной плоскости дополнительного объектива параллельно преломляющему ребру призмы.

Призма 5 служит для разложения света. Лучи света из коллиматора падают на переднюю грань призмы, в которой разлагаются и выходят параллельными пучками разных цветов и направлений в зависимости от длины волны.

Призма вклеивается в оправу, которая, в свою очередь, подвижно соединяется со столиком и стопорится двумя винтами. Зрительная трубка 7 служит для подвижного однолинзового окуляра. В фокальной плоскости окуляра имеется металлическая нить, расположенная вертикально. Металлическая нить предназначена для фиксации спектральных линий.

Винтовой микрометр 6 служит для определения относительного положения полос в спектре. Микрометр состоит из винта с шагом 1 мм. и барабанчика, на котором нанесена шкала с делениями. Колпачок (на рис. 4 не показан) надевается на призму и объективные концы коллиматорной и зрительной трубок и необходим для предохранения от попадания в спектроскоп посторонних, так называемых паразитных лучей.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

Следует помнить, что в установке используется опасное для жизни высокое ~ 6000 В напряжение, поэтому необходимо проверить целостность всех проводов перед включением.

1. Установить учебный спектроскоп на подставку на пульт управления. Гайку крепления спектроскопа к подставке не следует затягивать слишком туго. При этом коллиматорная трубка 3 должна располагаться на уровне линии «ВИЗИР» пульта управления и быть параллельна этой линии.
2. Перед изучением спектра водорода спектроскоп необходимо откалибровать. Предлагаемый способ калибровки в данной работе основан на сопоставлении длин волн линий спектра атома ртути делениям шкалы микрометрического винта 6.
3. Включить установку в сеть напряжением ~220 В. Переключатель «СЕТЬ» на пульте управления (блоке питания) при этом должен находиться в положении «ВЫКЛ». Переключатель «ЛАМПА» в положении «N» - нейтрально либо в положении «РТУТНАЯ». **Ручки регулировки высокого напряжения «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ» «ПЛАВНО» и «ГРУБО», подаваемого на трубку, должны быть повернуты до упора против часовой стрелки!**
4. Поставить переключатель «СЕТЬ» в положение «ВКЛ», переключатель «ЛАМПА» в положение «РТУТНАЯ». При этом должен начаться процесс розжига дугового разряда в ртутной лампе. **Дать лампе прогреться 3-5 минут. Во время разгорания запрещается отключения лампы от сети!**
5. Для калибровки установить осветитель спектральной ртутной лампой к приемному окну спектроскопа и расположить его соосно на расстоянии 7 – 10 см от приемного окна. Медленно вращая спектроскоп на подставке относительно своей оси, добиться максимальной яркости спектральных линий.
6. Вращая барабанчик микрометрического винта 6 «от себя» вывернуть его до упора. В одной риске на основной шкале содержится 50 условных единиц (один оборот барабанчика).
7. Вращая микрометрический винт 6 «на себя», совместить первую линию спектра атома ртути (фиолетовая) с металлической нитью, видимой в окуляр спектроскопа. Вследствие значительной температуры и давления ртутного газа в колбе лампы, спектральные линии могут быть несколько уширены. Отсчет следует вести от левого края шкалы, подсчитывая, какое количе-

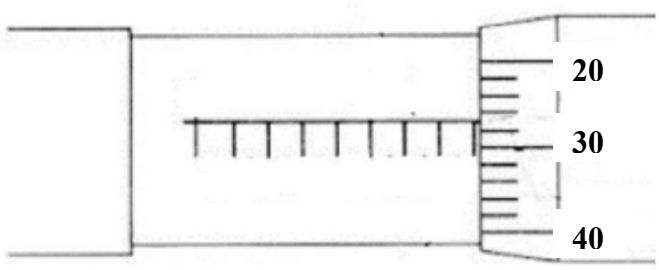

Рис.5. Система отсчета показаний.

ство основных делений было пройдено микрометрическим винтом от левого края. Барабанчик в спектроскопе откалиброван таким образом, что при вращении «на себя» показания микрометрического винта условно уменьшаются (40-30-20-10). Поэтому для правильности расчетов истинными показаниями микрометрического винта следует считать величину $M=50-x$, где x – показания, определяемые по положению винта визуально. Умножая пройденное количество основных делений на 50 и, прибавляя к полученному значению истинные показания барабанчика M, получаем условное число единиц, определяющее положение линии. Рассмотрим пример (рис. 5). Пусть от правого края было пройдено 8 делений (рисок). Тогда, согласно рис. 5 имеем показания: $\varphi = 8 \times 50 + (50 - 26) = 400 + 24 = 424$, где 26 – показания барабанчика, определяемые визуально, (50 – 26)=24 = М – исправленные показания.

8. Записать измеренные показания системы отсчета φ в таблицу 1. Следует заметить, что близко лежащие линии (например желтая 1 и желтая 2, фиолетовая 1 и фиолетовая 2) не разрешаются оптической системой учебного спектроскопа, поэтому в таблицу записываются средние значения.

Окраска линии	Относительная яркость	Длина волны, табличная, $\lambda_{табл}$, нм	Показания системы отсчета, φ ед.
Фиолетовая 1	2	404,66	
Фиолетовая 2	1	407,78	
Синяя	8	435,83	
Голубая	1	491,60	
Зеленая	10	546,07	
Желтая 1	8	576,96	
Желтая 2	10	579,07	
Красная	1	612,35	

9. Провести аналогичные измерения для всех остальных видимых в монохроматор линий спектра ртути, записывая измеренные значения системы отсчета φ в таблицу 1.
10. Построить градуировочный график спектроскопа, т. е. зависимость $f=\lambda(\varphi)$. График должен иметь вид аналогичный рис. 6.
11. **Проверить положение ручки регулировки высокого на-**

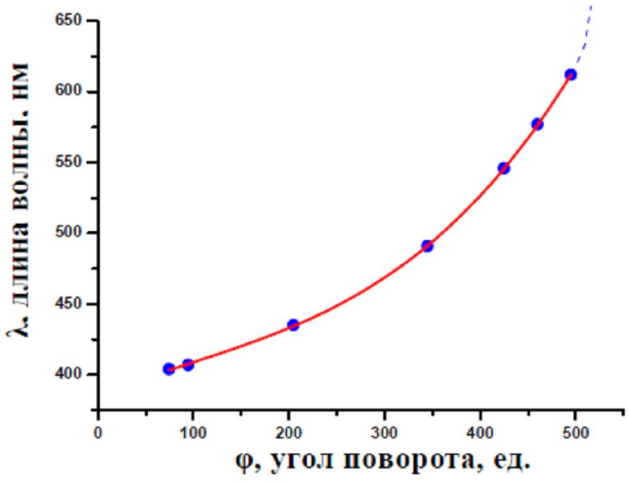

Рис.6. Градуировочный график спектроскопа

пряжения «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ»: ручка должна быть повернута до упора против часовой стрелки. Поставить переключатель «ЛАМПА» в положение «ВОДОРОДНАЯ» и установите осветитель спектральной водородной трубкой к приемному окну спектроскопа, расположив его соосно на расстоянии 1-2 см от приемного окна (щели), т. е. практически вплотную. Медленно вращая ручки «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ» «ПЛАВНО» «ГРУБО» по часовой стрелке, добиться возникновения устойчивого разряда в трубке. Напряжение, подаваемое на трубку, следует отрегулировать таким образом, чтобы происходил устойчивый разряд, и наблюдалась приемлемая яр- кость свечения. Запрещается перекручивать ручку «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ», так как при подачи на трубку чрезмерного напряжения, возможен выход её из строя. **При включении трубки, особенно с течением времени после интенсивного использования, возможна задержка в развитии ВЧ разряда в газе, поэтому если трубка не засветилась сразу, ручку регулировки высокого напряжения рекомендуется поставить в максимальное положение, вращая её по часовой стрелке, и ожидать развития разряда в течение ~ 1 минуты, после чего сразу убавить напряжение, поступающее на трубку, до значения, обеспечивающее устойчивое свечение и приемлемую яркость излучения.**

12. Как уже упоминалось ранее, в спектре водородной лампы наряду с линиями атомарного водорода наблюдаются полосы эмиссионного спектра молекулярного водорода. Поэтому поиск линий нужно начинать с наиболее интенсивной четкой красной линии H_α. Для этого следует, вращая барабанчик 6, перейти в красную область спектра. Медленно вращая спектроскоп на подставке относительно своей оси, добиться максимальной яркости спектральных линий.
13. Вращая микрометрический винт 6, совместить первую линию спектра атома водорода (красная) с металлической нитью, видимой в окуляр спектроскопа. Записать измеренное значение системы отсчета φ для линии H_α с учетом поправки в таблицу 2

Таблица 2

Номер орбиты, с которой осуществлен переход n2 →2	Обозначение линии	φ, ед.	Длина волны λ, нм	Постоянная Ридберга, R_i $м^{-1}$
	H_α			
	H_β			
	H_γ			

<R>= … $м^{-1}$ $< \hbar >$= … Дж · с

14. Вторая линия в спектре атома водорода H_β - это яркая интенсивная зелено-голубая линия. В промежутке между H_α и H_β располагаются множество красно-желтых и зеленых сравнительно слабых размытых молекулярных полос.
15. Измерив значение системы отсчета φ для H_β, записать её значение в таблицу 2.
16. Третья линия атомарного водорода - H_γ – фиолетово-синяя**.** В спектре излучения трубки она видна относительно слабо и не во всех экземплярах ламп, поэтому измерение рекомендуется проводить при минимальной внешней освещенности (например, в затемненной комнате). Перед этой линий также могут располагаться слабые размытые молекулярные полосы синего цвета.
17. Уточнив положение линии H_γ, записать значение φ, соответствующей этой линии в таблицу 2.
18. Используя полученный вами градуировочный график, сопоставить относительные единицы системы отсчета φ реальным значениям длин спектральных линий λ и записать их в таблицу 2. Спектр ртути относительно беден линиями в красной области, поэтому приходится пользоваться экстраполированием зависимости $f=\lambda(\varphi)$ (продолжением градуировочной кривой наилучшим наивероятнейшим образом в красную область спектра, пунктирная линия на рис. 6).
19. По окончании измерений отключить облучатель от сети, переведя переключатель «СЕТЬ» на панели ПУЛЬТА УПРАВЛЕНИЯ модуля в положение «ВЫКЛ».
20. Сравнить измеренные вами значения длин волн в серии Бальмера с табличными значениями, приведенными в приложении.
21. Для серии Бальмера, формула (8) перепишется в виде:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_2^{\,2}}\right) \qquad (9)$$

22. С помощью формулы (9) вычислите для каждой линии постоянную Ридберга R_i. Не забудьте все вычисления производить в СИ. Вычислите и запишите среднее значение <R> **.**
23. Из формулы $R = \dfrac{me^4}{64\pi^3\varepsilon_0^{\,2}c\hbar^3}$ получите выражение для вычисления постоянной Планка. Используя среднее значение <R>, с помощью этого выражения вычислите постоянную Планка. При вычислении принять: $m_e=9\cdot10^{-31}$ *кг,* $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ *Кл,* $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ *Ф/м,* $c=3\cdot10^8$ *м/с.*
24. Оцените относительную ошибку в определении постоянной Ридберга по формуле:

$$\varepsilon = \frac{<\Delta R>}{<R>}\cdot 100\%.$$

где $<\Delta R>=\frac{\sum\left|\left(R_i-<R>\right)\right|}{n}$, R_i – постоянная Ридберга, определенная экспериментально для какой-либо i-ой длины волны, <R> - среднее значение постоянной Ридберга, n – количество опытов (в нашем случае n=3 – показания снимались для трех длин волн в спектре водорода).

25. Сравнить полученное значение постоянной Ридберга $R_{экспер.}$ с теоретическим значением $R_{теоретич.}=\frac{me^4}{64\pi^3\varepsilon_0{}^2c\hbar^3}=1{,}097\cdot10^7\ м^{-1}$. Сделать вывод о точности вашего эксперимента.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Воспользовавшись квазиклассической теорией Бора, получить формулу для энергии электрона E_n в однократно ионизированном атоме гелия. В чём, по вашему мнению, основной недостаток теории Бора?
2. Пользуясь энергетической диаграммой для атома водорода, представленной на рисунке 1, определите энергию ионизации атома водорода. Определить по той же диаграмме первый потенциал возбуждения атома водорода.
3. Что такое линейчатый и сплошной спектр? Какой спектр вы наблюдали в этом опыте?
4. Почему спектр водорода и других газов линейчатый, а спектр лампы накаливания сплошной?
5. Получите обобщенную формулу Бальмера (8) и выражение $R_{теоретич.}$ через основные константы.
6. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной.
7. Во сколько раз минимальная длина волны в серии Пашена спектра водорода больше максимальной длины волны в серии Бальмера?
8. Вычислить наибольшие длины волн в сериях Лаймана, Бальмера, Пашена в спектре водорода.
9. Объясните причины размытия энергетических уровней электрона в атоме. Какой уровень будет «размыт» в наименьшей степени. Почему?
10. Какой метод возбуждения атомов для получения спектра используется в данной установке? Объясните методику эксперимента: необходимость в монохроматоре, принцип его устройства, принцип работы излучателя.
11. Как вы думаете, как меняется после включения высокого напряжения сопротивление газоразрядного промежутка в лампах ДВС-25 и ДРСк-125? Чему равно сопротивление этого промежутка до включения и после? Почему происходит резкое изменение сопротивления трубки? С какими физическими явлениями, происходящем в газе, заполняющим трубку, это связано?

ПРИЛОЖЕНИЕ

Совместные измерения. Понятие о методе наименьших квадратов (МНК)

Рассмотрим случай совместных измерений двух величин β и α. Если уравнения измерения, связывающие эти величины, линейны, то для определения β и α в результате многократных измерений некоторых других величин x_i и y_i получится линейная система условных уравнений, каждое из которых имеет вид

$$y_i = \beta x_i + \alpha \qquad (1)$$

где x_i, y_i - результаты i-го измерения величин x и y; β и α - искомые величины.

Система уравнений (1) будет, вообще говоря, несовместна, так как результаты измерений x и y неизбежно содержат погрешности. Поэтому из этих уравнений можно определить только оценки величин β и α (соответственно B и A), которые являются случайными величинами.

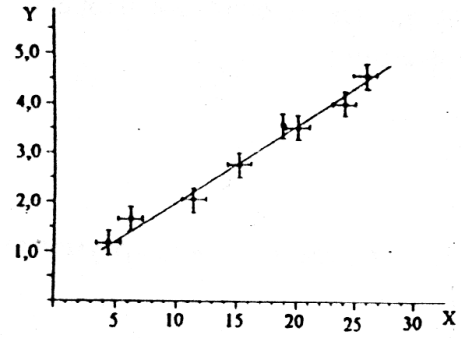

рис.1

Для наглядности изложения представим все опытные данные x_i и y_i на графике (см. рис. 1). Геометрически задача измерения α и β состоит в определении параметров некоторой прямой: значения ординаты при нулевом значении абсциссы и тангенса угла наклона соответственно.

Так как между точками на графике можно провести не одну прямую, возникает задача - провести прямую наилучшим образом. Такая прямая характеризуется наиболее точными оценками коэффициентов β и α, т.е. наиболее вероятным.

Оценка β (значение B) определяется выражением

$$B = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

Оценка α (значение A) определяется выражением

$$A = \bar{y} - B\bar{x}$$

Можно показать, что оценка стандартного отклонения коэффициента B выражается следующим образом:

$$S_B = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - Bx_i - A)^2}{(n-2)\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}$$

Интервал, в котором с установленной вероятностью α_0 может находиться коэффициент β, записывается в виде $\Delta B = t_{\alpha_0,(n-2)} S_B$

Тогда можно записать: $\beta = B \pm \Delta B$

Стандартное отклонение коэффициента A определяется по формуле

$$S_A = \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right) \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - Bx_i - A)^2}{n-2}}$$

Спектр атомарного водорода.

Название линии	Цвет	Длина волны λ, нм
$\mathbf{H_{\alpha}}$	Красная	656,3
$\mathbf{H_{\beta}}$	Зелено - голубая	486,1
$\mathbf{H_{\gamma}}$	Фиолетово-синяя	434,0
$\mathbf{H_{\delta}}$	Фиолетовая	410,2

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

При составлении данного методического руководства использовалась следующая литература, в которой можно найти все рассмотренные вопросы:

1. Иродов И. Е., Квантовая физика. Основные законы., М. 2002
2. Савельев И. В. Курс общей физики. М., 1982, т. 3
3. Шпольский Э. В., Атомная физика т.1, т.2
4. Лабораторный практикум по физике, под ред. К. А. Барсукова, М. 1988.
5. Курс физики, под редакцией Лозовского В.Н., С-Пб 2001.
6. М. И. Фугенфиров. Электрические схемы с газоразрядными лампами.

Для свободного распространения